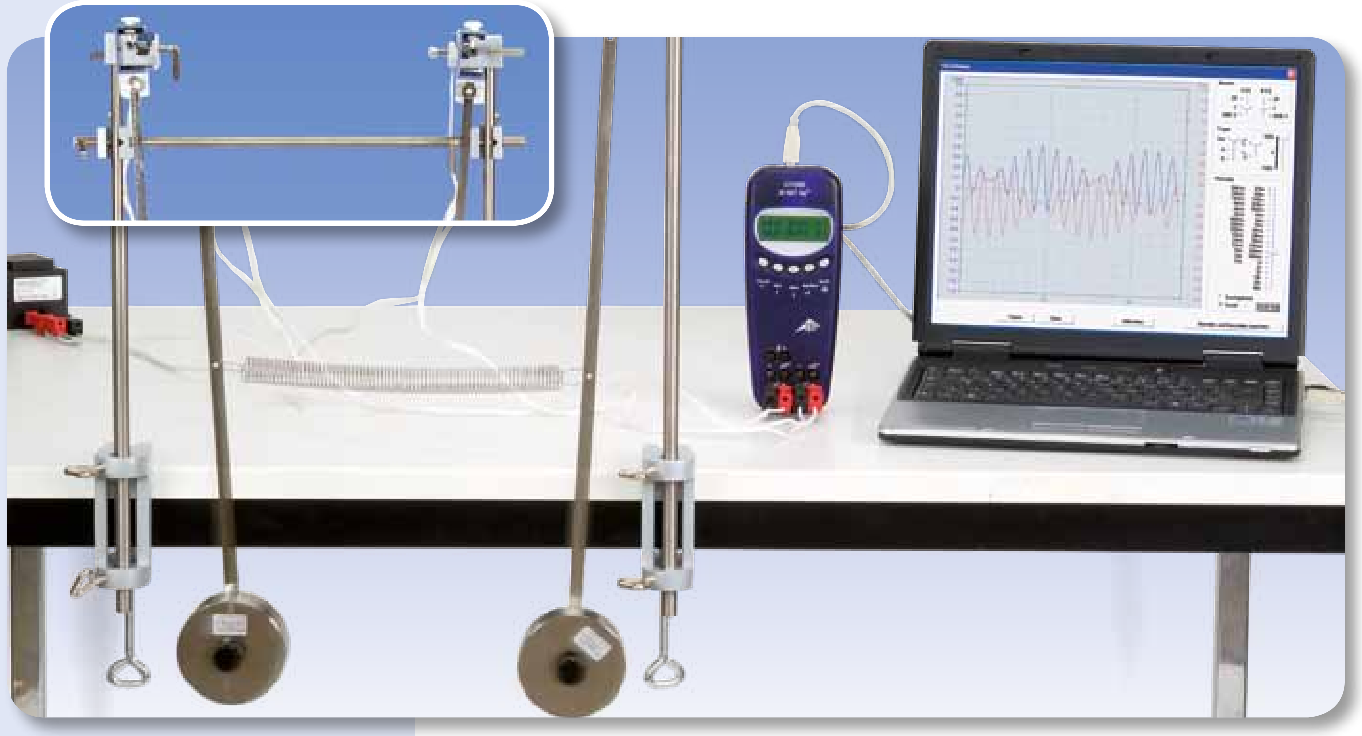
UE1050600

OSCILACIONES ACOPLADAS



TAREAS

- **Registro de la oscilación equifásica y determinación de su frecuencia de oscilación T_+.**
- **Registro de la oscilación en oposición de fase y determinación de su frecuencia de oscilación T_-.**
- **Registro de una oscilación acoplada y determinación de su frecuencia de oscilación T al igual que de la frecuencia de batido T_Δ.**
- **Comparación de los valores medidos con los de las frecuencias de la oscilación propia T_+ y T_-.**

OBJETIVO

Registro y análisis de las oscilaciones de dos péndulos idénticos y acoplados

RESUMEN

La oscilación de dos péndulos idénticos y acoplados se puede caracterizar por la frecuencia de oscilación y por la frecuencia de batido. La frecuencia de batido es la distancia entre los dos instantes del tiempo, en los que cada péndulo oscila, respectivamente, con su mínima amplitud. Ambas magnitudes se pueden calcular a partir de las propias frecuencias de oscilación en los casos de oscilación equifásica o en oposición de fase de los péndulos acoplados.

EQUIPO REQUERIDO

Número	Aparato	Artículo N°	
2	Péndulo de barra con sensor angular (230 V, 50/60 Hz)	1000763	o
	Péndulo de barra con sensor angular (115 V, 50/60 Hz)	1000762	
1	Resorte helicoidal 3,0 N/m	1002945	
2	Pinza de mesa	1002832	
2	Varilla de soporte, 1000 mm	1002936	
1	Varilla de soporte, 470 mm	1002934	
4	Nuez universal	1002830	
2	Cable HF, conector macho BNC / 4 mm	1002748	
1	3B NET*log*™ (230 V, 50/60 Hz)	1000540	o
	3B NET*log*™ (115 V, 50/60 Hz)	1000539	
1	3B NET*lab*™	1000544	

FUNDAMENTOS GENERALES

En la oscilación de dos péndulos acoplados, la energía se transmite entre los dos péndulos en ambas direcciones. Si ambos péndulos son idénticos y sus oscilaciones se generan de manera que, al inicio, un péndulo se encuentre en posición de reposo mientras el otro oscila, entonces, la transmisión de energía es incluso total. Esto significa que un péndulo llega por completo al estado de reposo mientras el otro oscila con máxima amplitud. El tiempo transcurrido entre dos estados de reposo de un péndulo o, en general, entre dos instantes diferentes, en los que el péndulo oscila con amplitud mínima, se denomina frecuencia de batido T_Δ.

2

Las oscilaciones de dos péndulos matemáticos idénticos y acoplados se pueden describir como superposiciones de dos oscilaciones propias. Es posible observar estas oscilaciones propias si se provoca la oscilación de ambos péndulos en fases iguales u opuestas. En el primer caso, los péndulos oscilan sin influencia del acoplamiento, con frecuencia de péndulo desacoplado; en el segundo caso, oscilan con la máxima influencia del acoplamiento y la mayor frecuencia propia. Todas las demás oscilaciones son representables como superposiciones de estas dos oscilaciones propias. Las ecuaciones de movimiento de los péndulos indican lo siguiente:

$$\begin{aligned} L\cdot\varphi_1 + g\cdot\varphi_1 + k\cdot(\varphi_1-\varphi_2) &= 0 \\ L\cdot\varphi_2 + g\cdot\varphi_2 + k\cdot(\varphi_2-\varphi_1) &= 0 \end{aligned} \tag{1}$$

g: Aceleración de caída, L: Longitud del péndulo,
k: Constante de acoplamiento

Para las variables auxiliares (introducidas, en primer lugar, arbitrariamente) $\varphi_- = \varphi_1 - \varphi_2$ y $\varphi_+ = \varphi_1 + \varphi_2$ se obtienen las siguientes ecuaciones de movimiento:

$$\begin{aligned} L\cdot\varphi_+ + g\cdot\varphi_+ &= 0 \\ L\cdot\varphi_- + (g+2k)\cdot\varphi_- &= 0 \end{aligned} \tag{2}$$

Cuyas resoluciones:

$$\begin{aligned} \varphi_+ &= a_+\cdot\cos(\omega_+ t) + b_+\cdot\sin(\omega_+ t) \\ \varphi_- &= a_-\cdot\cos(\omega_- t) + b_-\cdot\sin(\omega_- t) \end{aligned} \tag{3}$$

corresponden a las frecuencias circulares:

$$\omega_+ = \sqrt{\frac{g}{L}} \qquad \omega_- = \sqrt{\frac{g+2k}{L}} \tag{4}$$

de las oscilaciones propias descritas con excitación equifásica o en oposición de fase (es válido $\varphi_+ = 0$ en el caso de equifase y $\varphi_- = 0$ para oscilación en oposición de fase).

Las desviaciones de los péndulos se pueden calcular a partir de la suma o la diferencia de ambas variables auxiliares, con lo que se obtiene la solución:

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= \frac{1}{2}\cdot\left(a_+\cdot\cos(\omega_+ t) + b_+\cdot\sin(\omega_+ t) + a_-\cdot\cos(\omega_- t) + b_-\cdot\sin(\omega_- t)\right) \\ \varphi_2 &= \frac{1}{2}\cdot\left(a_+\cdot\cos(\omega_+ t) + b_+\cdot\sin(\omega_+ t) - a_-\cdot\cos(\omega_- t) - b_-\cdot\sin(\omega_- t)\right) \end{aligned} \tag{5}$$

Aquí, los parámetros a_+, a_-, b_+ y b_- son, en primer lugar, variables arbitrarias, que se pueden calcular a partir del estado de oscilación de ambos péndulos en el instante en que $t = 0$.

El siguiente caso es el de más fácil interpretación y éste se produce cuando el péndulo 1, en el instante 0, partiendo de la posición cero, adquiere una velocidad angular inicial ψ_0, mientras que el péndulo 2, en la posición cero, se encuentra en reposo.

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{\psi_0}{\omega_+}\cdot\sin(\omega_+ t) + \frac{\psi_0}{\omega_-}\cdot\sin(\omega_- t)\right) \\ \varphi_2 &= \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{\psi_0}{\omega_+}\cdot\sin(\omega_+ t) - \frac{\psi_0}{\omega_-}\cdot\sin(\omega_- t)\right) \end{aligned} \tag{6}$$

Entonces, para la velocidad de ambos péndulos es válido:

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= \frac{\psi_0}{2}\cdot\left(\cos(\omega_+ t) + \cos(\omega_- t)\right) \\ \varphi_2 &= \frac{\psi_0}{2}\cdot\left(\cos(\omega_+ t) - \cos(\omega_- t)\right) \end{aligned} \tag{7}$$

Tras la transformación matemática se obtiene:

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= \psi_0\cdot\cos(\omega_\Delta t)\cdot\cos(\omega t) \\ \varphi_2 &= \psi_0\cdot\sin(\omega_\Delta t)\cdot\cos(\omega t) \end{aligned} \tag{8}$$

en donde (9)

$$\omega_\Delta = \frac{\omega_- - \omega_+}{2} \qquad \omega = \frac{\omega_+ + \omega_-}{2}$$

Esto corresponde a una oscilación de ambos péndulos con la misma frecuencia angular ω, en donde sus amplitudes de velocidad ψ_1 y ψ_2 se modulan con la frecuencia angular ω_Δ:

$$\begin{aligned} \psi_1(t) &= \psi_0\cdot\cos(\omega_\Delta t) \\ \psi_2(t) &= \psi_0\cdot\sin(\omega_\Delta t) \end{aligned} \tag{10}$$

EVALUACIÓN

A partir de la ecuación (4) se pueden calcular las frecuencias de oscilación T_+ e T_- para los casos de equifase y de oposición de fase de la oscilación propia:

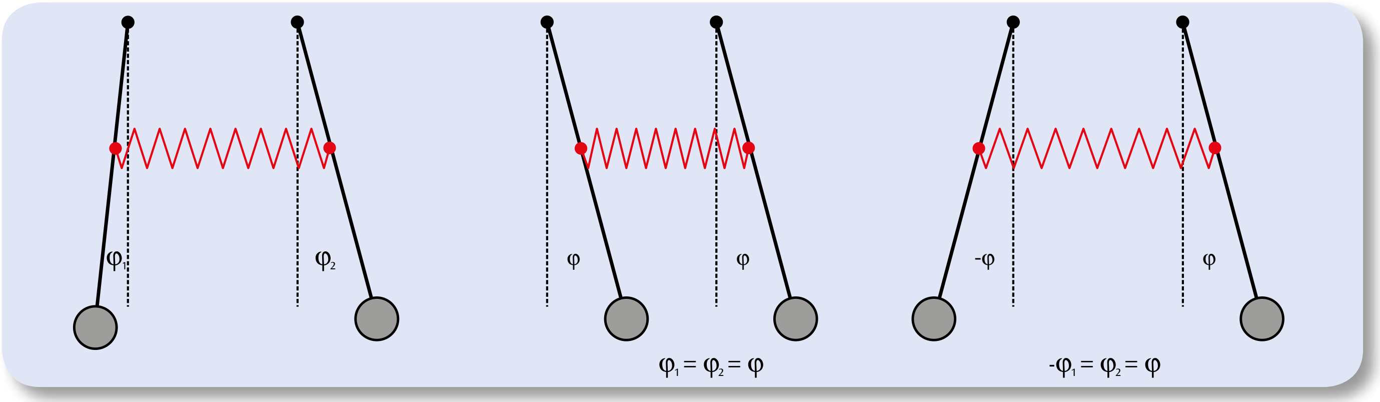
$$T_+ = \frac{2\pi}{\omega_+} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \quad \text{y} \quad T_- = \frac{2\pi}{\omega_-} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g+2k}}$$

Para la frecuencia de oscilación T de la oscilación acoplada, en virtud de la ecuación (9), es válido:

$$\frac{2\pi}{T} = \omega = \frac{\pi}{T_+} + \frac{\pi}{T_-} \quad \text{y de esta manera} \quad T = 2\cdot\frac{T_+\cdot T_-}{T_- + T_+}$$

La modulación de amplitud descrita en la ecuación (10) se caracteriza, normalmente, por la frecuencia de batido T_Δ, bajo lo cual se entiende el tiempo que transcurre entre dos estados de reposo de los péndulos:

$$\frac{2\pi}{2T_\Delta} = \omega_\Delta = \frac{\pi}{T_-} - \frac{\pi}{T_+} \quad \text{y de esta manera} \quad T_\Delta = \frac{T_+\cdot T_-}{T_+ - T_-}$$



Oscilación acoplada general | Oscilación acoplada equifásica | Oscilación acoplada en oposición de fase